

# 全双工协作通信系统中分布式 Alamouti 空时编码的性能分析

冯文江<sup>1</sup>, 刘国岭<sup>1</sup>, 钟昕辉<sup>1</sup>, 姚楚楠<sup>1</sup>, 张博为<sup>1</sup>, 代才莉<sup>1,2</sup>

(1. 重庆大学通信工程学院, 重庆 400044; 2. 重庆电子工程职业学院通信工程学院, 重庆 401331)

**摘 要:** 针对存在残留自干扰 (RSI) 的 3 节点全双工协作通信系统, 研究分布式 Alamouti 空时码 (DASTC) 的差错性能。通过分析成对差错概率及其在高发射功率下的渐进表达式, 导出了系统的分集增益和编码增益; 进一步分析残留自干扰对分布式空时码编码结构的影响, 导出了分集增益的可达条件。理论分析和仿真结果表明, 在高发射功率和小残留干扰下, DASTC 在全双工协作通信系统中是一种全速率、满分集的空时码, 在相同频谱效率下的差错性能优于半双工协作通信系统; 充分抑制自干扰能获得更高的分集增益和编码增益, 并强化分集增益的可达性, 提高系统的频谱效率和能量效率。

**关键词:** 全双工; 协作通信; 分布式空时码; 成对差错概率

**中图分类号:** TN919.3

**文献标识码:** A

## Performance analysis of distributed Alamouti space-time codes in full-duplex cooperative communication system

FENG Wen-jiang<sup>1</sup>, LIU Guo-ling<sup>1</sup>, ZHONG Xin-hui<sup>1</sup>, YAO Chu-nan<sup>1</sup>, ZHANG Bo-wei<sup>1</sup>, DAI Cai-li<sup>1,2</sup>

(1. College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. School of Communication Engineering, Chongqing College of Electronic Engineering, Chongqing 401331, China)

**Abstract:** The error performance of distributed Alamouti space-time code (DASTC) was investigated in a 3-node full-duplex (FD) cooperative communication system with the presence of residual self-interference (RSI). Based on the asymptotic expression of the pairwise error probability in the high transmit power region, the diversity and coding gain were derived. The impact of residual self-interference on the construction of space-time code was analyzed and the achievable condition of diversity gain was obtained. Analytical results show that DASTC achieves full rate and full diversity in the FD cooperative communication system with high transmit power and low RSI. The error performance of the FD system is superior to which of the half-duplex system under the same spectral efficiency constraint. The diversity and coding gain can be increased by sufficiently suppressing the self-interference, and the spectral efficiency and power efficiency can be improved as well.

**Key words:** full-duplex, cooperative communication, distributed space-time coding, pairwise error probability

### 1 引言

在无线通信系统中, 多个单天线节点之间相互协作能获得分集增益<sup>[1]</sup>, 提高传输的可靠性。采用分布式空时码<sup>[2]</sup> (DSTC, distributed space-time coding) 是获得协作分集增益的有效手段之一。DSTC 与基于重复传输的传统协作方式<sup>[3]</sup>不同, 参与 DSTC 的多个

节点能够复用相同的时频资源, 从而提高频谱效率。文献[4~7]分析了多种空时编码在不同转发方式下的差错和中断性能, 指出随着协作节点数的增加, DSTC 能够获得与多输入多输出 (MIMO, multi-input multi-output) 系统相近的分集增益。

在半双工 (HD, half-duplex) 模式的协作通信系统中, 节点必须利用正交信道收发信号, 协作节点需

收稿日期: 2016-10-31; 修回日期: 2017-01-22

基金项目: 重庆市研究生科研创新基金资助项目 (No.CYB14042); 重庆市教委科学技术研究基金资助项目 (No.KJ1602903)

**Foundation Items:** Chongqing Graduate Student Research Innovation Project (No.CYB14042), Chongqing Exculpation Commission Science & Technology Research Project (No.KJ1602903)

要额外的时频资源接收来自信源节点的信号，导致频谱效率损失。全双工(FD, full-duplex)模式能够克服该缺陷。在FD模式的协作通信系统中，通过自干扰抵消<sup>[8,9]</sup>(SIC, self-interference cancellation)能消除自身发送信号对接收形成的干扰。Zou等<sup>[10]</sup>针对解码转发(DF, decode-and-forward)协作通信系统设计了一种机会分布式空时码(ODSTC, opportunistic distributed space-time coding)方案，协作节点在编码转发时能接收来自信源节点的发送信号，并根据信道状态切换编码方式，从而实现全速率和满分集。Jiang等<sup>[11]</sup>在3节点放大转发(AF, amplify-and-forward)协作通信系统中采用对角分圆空时码(DCSTC, diagonal cyclotomic space-time coding)，结合多维符号旋转和哈达玛变换(HT, Hadamard transform)能获得满分集。针对多个FD中继的协作通信系统，Liu等<sup>[12]</sup>将中继之间的信息交换等效为部分分布式线性卷积空时码(PDLCSTC, partial distributed linear convolutional space-time coding)，能通过线性接收检测获得满分集，且复杂度较低。文献[13]研究非正交AF全双工协作通信系统的性能，结果表明，采用适当的预编码能够保证系统即使存在残留自干扰<sup>[14]</sup>(RSI, residual self-interference)也能获得满分集，且差错性能优于半双工协作通信系统。对于正交AF全双工协作通信，系统获取的分集增益与RSI的功率特征有关。Liu等<sup>[15]</sup>将RSI视为环回信号(loopback signal)，在异步协作全双工通信系统中引入分布式线性卷积空时码(DLCSTC, distributed linear convolutional space-time code)，并通过功率控制补偿RSI估计误差造成的性能损失，能获得优于延迟分集(delay diversity)的差错性能。

本文针对存在RSI的3节点全双工协作通信系统，研究分布式Alamouti空时码(DASTC, distributed Alamouti space-time coding)的差错性能，分析系统的成对差错概率，并推导成对差错概率在高发射功率下的渐进表达式，进一步分析系统的分集增益、编码增益和分集增益的可达性，并对其性能进行仿真验证。

## 2 系统模型

3节点全双工协作通信系统模型如图1所示，所有节点均配置单天线， $U_1$ 和 $U_2$ 为FD模式下的信源节点，采用AF方式彼此协作，信宿节点 $D$ 仅接收信号。 $U_i$ 与 $D$ 和 $U_j$ 间的信道分别记为 $h_{iD}$ 和 $h_{ij}$ ，

其中， $i, j=1, 2$ 。根据信道互易性， $h_{12}=h_{21}=h$ 。假设所有信道均为统计独立的准静态瑞利衰落信道，且 $h_{iD}, h \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ ，并在相干时间( $T_c \geq 2$ )内保持不变。此外， $U_1$ 和 $U_2$ 仅已知 $h$ 的二阶统计量，不具备关于 $h_{1D}$ 和 $h_{2D}$ 的信息，而 $D$ 则具备全局完美的信道状态信息(CSI, channel state information)。

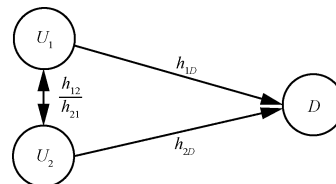


图1 3节点全双工协作通信系统模型

在 $2 \times 1$ 的MIMO系统中，Alamouti空时码是一种全速率(使用 $N$ 个信道能传输 $N$ 个符号)、满分集(分集阶数为2)的正交空时分组码。假设发送信号为 $[s_1, s_2]$ ，相应的编码矩阵为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中，矩阵 $\mathbf{S}$ 的第 $i$ 行第 $j$ 列元素表示第 $j$ 根天线在时刻 $i$ 的发送符号。

3节点全双工协作通信系统采用Alamouti空时码的分布式方案，协作传输包括以下2个阶段。

**阶段1** 信源节点根据式(1)中编码矩阵的第1行编码， $U_1$ 向 $D$ 发送符号 $s_1$ ， $U_2$ 向 $D$ 发送符号 $s_2$ 。 $s_1$ 和 $s_2$ 是在星座图 $\mathcal{M}$ 中随机抽取的符号且满足 $\mathbb{E}[|s_1|^2] = \mathbb{E}[|s_2|^2] = 1$ 。此时，信宿节点 $D$ 的接收信号为

$$y_D(1) = \sqrt{P}h_{1D}s_1 + \sqrt{P}h_{2D}s_2 + n_D(1) \quad (2)$$

其中， $P$ 为信源节点在阶段1的传输功率； $n_D \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ 为信宿节点处的加性高斯白噪声。由于信源节点工作在FD模式下， $U_1$ 和 $U_2$ 能接收到对方的发送符号，同时受自干扰影响。信源节点在阶段1的接收信号分别为

$$\begin{cases} y_1 = \sqrt{P}hs_2 + c_1 + n_1 \\ y_2 = \sqrt{P}hs_1 + c_2 + n_2 \end{cases} \quad (3)$$

其中， $y_i$ 为 $U_i$ 的接收信号； $n_i \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ 是 $U_i$ 处的加性高斯白噪声， $i \in \{1, 2\}$ ； $c_i \sim \mathcal{CN}(0, \beta P^\lambda)$ 为 $U_i$ 处的RSI信号<sup>[13]</sup>， $\beta > 0$ ， $0 \leq \lambda \leq 1$ 。 $\beta$ 和 $\lambda$ 描述了SIC的性能：二者的值越小，SIC的性能越强，

RSI 功率越低。

**阶段 2**  $U_1$  和  $U_2$  首先放大在阶段 1 的接收信号, 并按照式(1)中编码矩阵的第 2 行编码。 $U_1$  和  $U_2$  的发送符号分别为

$$\begin{cases} t_1 = -b_1^* y_1^* \\ t_2 = b_2^* y_2^* \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $b_i$  为  $U_i$  的放大系数,  $i \in \{1, 2\}$ 。 $U_i$  通过选择适当的放大系数以满足功率约束  $\mathbb{E}[|t_i|^2] \leq P$ 。由于信源节点处仅能获得  $h$  的二阶统计量, 则放大系数根据式(5)计算。

$$b_1 = b_2 = b = \sqrt{\frac{P}{P + \beta P^2 + 1}}, \quad i \in \{1, 2\} \quad (5)$$

信宿节点  $D$  在阶段 2 的接收信号为

$$y_D(2) = -\sqrt{P} h_{1D} b_1^* y_1^* + \sqrt{P} h_{2D} b_2^* y_2^* + n_D(2) \quad (6)$$

将式(3)~式(5)代入式(6), 则有

$$y_D(2) = -b\sqrt{P} h_{1D} h^* s_2^* + b\sqrt{P} h_{2D} h^* s_1^* - b h_{1D} (n_1 + c_1)^* + b h_{2D} (n_2 + c_2)^* + n_D(2) \quad (7)$$

将式(2)和式(7)合并为矩阵形式, 得到

$$\begin{bmatrix} y_D(1) \\ y_D(2) \end{bmatrix} \stackrel{\triangleq}{=} \underbrace{\sqrt{P}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b h^* \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{bmatrix}}_{\triangleq \mathbf{S}} \underbrace{\begin{bmatrix} h_{1D} \\ h_{2D} \end{bmatrix}}_{\triangleq \mathbf{h}_{SD}} + \underbrace{\begin{bmatrix} n_D(1) \\ b h_{1D} (n_1 + c_1)^* + b h_{2D} (n_2 + c_2)^* + n_D(2) \end{bmatrix}}_{\triangleq \mathbf{w}} \quad (8)$$

在式(8)中, 由于残留自干扰  $c_1$ 、 $c_2$  和加性高斯白噪声  $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_D(1)$ 、 $n_D(2)$  均为循环对称的随机变量, 其统计特性与相位无关, 因此, 略去  $\mathbf{w}$  中的负号和共轭符号, 不影响后续分析。

对比式(1)和式(8)可以发现, 由于信源节点间存在信息交换, 空时编码矩阵由  $\mathbf{S}$  变为  $\mathbf{H}_{SS} \mathbf{S}$ 。由于  $\mathbf{S}^\dagger \mathbf{H}_{SS}^\dagger \mathbf{H}_{SS} \mathbf{S}$  是对角矩阵, 其中,  $\dagger$  表示矩阵的共轭转置, 信宿节点能够对每个信源节点的发送符号独立解码。与 MIMO 系统相比, 采用 DASTC 的 FD 协作通信系统具有 2 个特征: 1) 由于  $\mathbf{H}_{SS}$  是非单位矩阵, 发送符号在 2 个阶段经历的等效衰落信道不是独立同分布 (i.i.d., independent and identically distributed) 信道; 2) 信源节点会在阶段 2 放大 RSI 和噪声, 在信宿节点处形成时间上非平稳的等效干扰和噪声。本文将分析存在残留自干扰下非 i.i.d. 信道以及非平稳等效干扰和噪声对系统差错性能的影响。

### 3 成对差错概率及其上界

#### 3.1 极大似然解码

由于信宿节点具备全局完美的 CSI,  $D$  处的等效干扰和噪声  $\mathbf{w}$  是均值为  $\mathbf{0}$ 、方差矩阵为  $\mathbf{C}_w = \mathbb{E}[\mathbf{w}\mathbf{w}^\dagger]$  的复高斯随机向量。根据式(8)得  $y_D$  的条件概率密度函数为

$$p(y_D | s) = \frac{e^{-\left(y_D - \sqrt{P} \mathbf{H}_{SS} \tilde{\mathbf{S}}\right)^\dagger \mathbf{C}_w^{-1} \left(y_D - \sqrt{P} \mathbf{H}_{SS} \tilde{\mathbf{S}}\right)}}{\pi^2 \det(\mathbf{C}_w)} \quad (9)$$

其中,  $\det(\cdot)$  表示矩阵的行列式。极大似然 (ML, maximum likelihood) 解码输出为

$$\hat{s} = \arg \min_{\tilde{s} \in \mathcal{M}^2} \left\| y_D - \sqrt{P} \mathbf{H}_{SS} \tilde{\mathbf{S}} \right\|^2 \quad (10)$$

其中,  $\hat{s}$  为解码后的输出符号,  $\tilde{\mathbf{S}}$  是  $\tilde{s}$  经过空时编码后的发送符号矩阵,  $\tilde{s}$  是信源节点所有可能发送符号集合  $\mathcal{M}^2$  中的元素。

#### 3.2 成对差错概率

成对差错概率 (PEP, pairwise error probability) 是指当信源节点发送符号  $s_p = [s_p^1, s_p^2]$  时, 信宿节点  $D$  的解码输出为  $s_q = [s_q^1, s_q^2] \neq s_p$  的概率。其中,  $s_p^i$  表示  $U_i$  的发送符号,  $i \in \{1, 2\}$ 。如果采用式(10)的 ML 解码, 且预先白化等效干扰和噪声, 则在信道  $\mathbf{H}_{SS}$  和  $\mathbf{h}_{SD}$  下的成对差错概率为

$$P(s_p \rightarrow s_q | \mathbf{H}_{SS}, \mathbf{h}_{SD}) = Q\left(\frac{d(s_p, s_q)}{\sqrt{2}}\right) \quad (11)$$

其中,  $Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{x^2}{2 \sin^2 \theta}} d\theta$  为高斯  $Q$  函数;  $d(s_p, s_q)$  为在信宿节点  $D$  处码字  $s_p$  与  $s_q$  间的欧式距离, 且

$$d^2(s_p, s_q) = \mathbf{h}_{SD}^\dagger \tilde{\mathbf{S}}^\dagger \mathbf{H}_{SS}^\dagger \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{H}_{SS} \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{h}_{SD} \quad (12)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{S}_p - \mathbf{S}_q$ ,  $\mathbf{S}_i$  表示  $s_i$  进行空时编码后的码字矩阵,  $i \in \{p, q\}$ 。将式(12)代入式(11), 并对  $\mathbf{H}_{SS}$  和  $\mathbf{h}_{SD}$  求期望, 得到平均成对差错概率为

$$\begin{aligned} P(s_p \rightarrow s_q) &= \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{SS}, \mathbf{h}_{SD}} Q\left(\sqrt{\frac{\mathbf{h}_{SD}^\dagger \tilde{\mathbf{S}}^\dagger \mathbf{H}_{SS}^\dagger \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{H}_{SS} \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{h}_{SD}}{2}}\right) \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{SS}, \mathbf{h}_{SD}} \left[ e^{-\frac{\mathbf{h}_{SD}^\dagger \tilde{\mathbf{S}}^\dagger \mathbf{H}_{SS}^\dagger \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{H}_{SS} \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{h}_{SD}}{4 \sin^2 \theta}} \right] d\theta \quad (13) \end{aligned}$$

#### 3.3 PEP 的上界

式(13)不存在闭式解, 难以直接分析系统的差错

性能。因此，本文推导 PEP 在高发射功率下的渐进表达式，利用式(13)的上界来刻画系统的差错性能。系统成对差错概率的切尔诺夫界 (Chernoff bound) 为

$$P(s_p \rightarrow s_q) < \frac{1}{2} \mathbb{E}_{H_{ss}, h_{SD}} \left[ e^{-\frac{h_{SD}^* S^\dagger H_{ss}^* C_w^{-1} H_{ss} S h_{SD}}{4 \sin^2 \theta}} \right]_{\theta = \frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \mathbb{E}_{H_{ss}, h_{SD}} \left[ e^{-\frac{h_{SD}^* S^\dagger H_{ss}^* C_w^{-1} H_{ss} S h_{SD}}{4}} \right] \quad (14)$$

由式(8)可得  $C_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$ ,  $K = b^2(1 + \beta P^\lambda)$

$(|h_{1D}|^2 + |h_{2D}|^2) + 1$ , 代入式(14), 得

$$P(s_p \rightarrow s_q) < \frac{1}{2} \mathbb{E}_{H_{ss}, h_{SD}} \left[ e^{-\frac{h_{SD}^* \Phi h_{SD}}{4}} \right] \quad (15)$$

其中,  $\Phi = \begin{bmatrix} P|\tilde{s}_1|^2 + b^2 P|h|^2 K^{-1} |\tilde{s}_2|^2 & P\tilde{s}_1^* \tilde{s}_2 - b^2 P|h|^2 K^{-1} \tilde{s}_1^* \tilde{s}_2 \\ P\tilde{s}_1 \tilde{s}_2^* - b^2 P|h|^2 K^{-1} \tilde{s}_1 \tilde{s}_2^* & P|\tilde{s}_2|^2 + b^2 P|h|^2 K^{-1} |\tilde{s}_1|^2 \end{bmatrix}$

为等效编码增益距离 (CGD, coding gain distance) 矩阵。对  $\Phi$  进行特征值分解, 得

$$\Phi = \mathbf{Q} \mathbf{A} \mathbf{Q}^\dagger$$

$$= \mathbf{Q} \begin{bmatrix} P(|\tilde{s}_1|^2 + |\tilde{s}_2|^2) & 0 \\ 0 & b^2 P|h|^2 K^{-1} (|\tilde{s}_1|^2 + |\tilde{s}_2|^2) \end{bmatrix} \mathbf{Q}^\dagger \quad (16)$$

其中,  $\mathbf{Q}$  是由  $\Phi$  的特征向量组成的酉矩阵,  $\mathbf{A}$  是由  $\Phi$  的特征值组成的对角矩阵,  $|\tilde{s}_1|^2 = |s_p^1 - s_q^1|^2$ ,  $|\tilde{s}_2|^2 = |s_p^2 - s_q^2|^2$ 。设  $M = |\tilde{s}_1|^2 + |\tilde{s}_2|^2$ , 式(15)可改写为

$$P(s_p \rightarrow s_q) < \frac{1}{2} \mathbb{E}_{H_{ss}, h_{SD}} \left[ e^{-\frac{M \tilde{h}_{SD}^* \bar{A} \tilde{h}_{SD}}{4}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \mathbb{E}_{H_{ss}, h_{SD}} \left[ e^{-\frac{MP}{4} \left( \frac{b^2 |h|^2}{K} (|\tilde{h}_{1D}|^2 + |\tilde{h}_{2D}|^2) \right)} \right] \quad (17)$$

其中,  $\tilde{h}_{SD} = [\tilde{h}_{1D} \quad \tilde{h}_{2D}]^T = \mathbf{Q}^\dagger h_{SD}$ ,  $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b^2 |h|^2 K^{-1} \end{bmatrix}$ 。

由于高斯随机向量各向同性, 因此,  $\tilde{h}_{SD}$  与  $h_{SD}$  的分布特征相同, 且  $|\tilde{h}_{SD}|^2 = |h_{SD}|^2 = h_{SD}^\dagger \mathbf{Q}^\dagger \mathbf{Q} h_{SD}$ 。式(17)可改写为

$$P(s_p \rightarrow s_q) < \frac{1}{2} \mathbb{E}_{h, \tilde{h}_{SD}} \left[ e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)} \right] \quad (18)$$

其中,  $\gamma_1 = \frac{MPb^2 |h|^2 |\tilde{h}_{1D}|^2}{4 \left[ b^2 (1 + \beta P^\lambda) (|\tilde{h}_{1D}|^2 + |\tilde{h}_{2D}|^2) + 1 \right]}$ ,

$\gamma_2 = \frac{MP |\tilde{h}_{2D}|^2}{4}$  分别表示  $U_1$  和  $U_2$  与  $D$  间信道的瞬时信干噪比 (SINR, signal-to-interference-plus-noise ratio)。可见, 由于 DASTC 的正交性, 时域等效干扰和噪声的非平稳性在空域表现为  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  的分布特征不同,  $U_1$  的发送符号经历了  $U_1 \rightarrow U_2$  和  $U_1 \rightarrow D$  的复合衰落, 并受到 RSI 恶化的影响; 而  $U_2$  的发送符号仅经历了  $U_2 \rightarrow D$  的信道衰落, 时域非 i.i.d. 信道的影响在空域表现为  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  间相关性。基于上述原因, 式(18)不存在闭式解。因此, 对式(18)中的上界进行松弛。首先求  $|h|^2$  的数学期望, 得

$$P(s_p \rightarrow s_q) < \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \mathbb{E}_{h_{SD}} \left[ e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)} \right] e^{-|h|^2} d|h|^2$$

$$= \frac{1}{2} \mathbb{E}_{h_{SD}} \left[ \frac{e^{-\frac{MP}{4} |\tilde{h}_{2D}|^2}}{1 + \frac{b^2 MP |\tilde{h}_{1D}|^2}{4 \left( b^2 (1 + \beta P^\lambda) (|\tilde{h}_{1D}|^2 + |\tilde{h}_{2D}|^2) + 1 \right)}} \right] \quad (19)$$

当  $x > 0$  时,  $e^{-x} < x^{-1}$  恒成立。利用该不等式对式(19)中的分子进行松弛, 得

$$P(s_p \rightarrow s_q) < \frac{1}{2} \mathbb{E}_{h_{SD}} \left[ \frac{\frac{4}{MP |\tilde{h}_{2D}|^2}}{1 + \frac{b^2 MP |\tilde{h}_{1D}|^2}{4 \left( b^2 (1 + \beta P^\lambda) (|\tilde{h}_{1D}|^2 + |\tilde{h}_{2D}|^2) + 1 \right)}} \right] \quad (20)$$

当  $P \rightarrow +\infty$  时, 有

$$b^2 (1 + \beta P^\lambda) (|\tilde{h}_{1D}|^2 + |\tilde{h}_{2D}|^2) + 1$$

$$\approx b^2 (1 + \beta P^\lambda) (|\tilde{h}_{1D}|^2 + |\tilde{h}_{2D}|^2)$$

式(20)可进一步松弛为

$$P(s_p \rightarrow s_q) < \frac{1}{2} \mathbb{E}_{h_{SD}} \left[ \frac{16(1 + \beta P^\lambda) (|\tilde{h}_{1D}|^2 + |\tilde{h}_{2D}|^2)}{M^2 P^2 |\tilde{h}_{1D}|^2 |\tilde{h}_{2D}|^2} \right] \quad (21)$$

式(21)的闭式解存在, 由于  $|\tilde{h}_{1D}|^2$  和  $|\tilde{h}_{2D}|^2$  相互独立, 将其展开为

$$P(s_p \rightarrow s_q) < \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{8(1 + \beta P^\lambda) (|\tilde{h}_{1D}|^2 + |\tilde{h}_{2D}|^2)}{M^2 P^2 |\tilde{h}_{1D}|^2 |\tilde{h}_{2D}|^2} e^{-|\tilde{h}_{1D}|^2 - |\tilde{h}_{2D}|^2} d|\tilde{h}_{1D}|^2 d|\tilde{h}_{2D}|^2 \quad (22)$$

显然, 式(22)中被积函数在  $|\tilde{h}_{1D}|^2 = 0$  和  $|\tilde{h}_{2D}|^2 = 0$  处不连续。根据积分的绝对连续性, 将式(22)改写为

$$\begin{aligned} P(s_p \rightarrow s_q) &< \lim_{x \rightarrow 0} \int_x^{+\infty} \int_x^{+\infty} \frac{8(1 + \beta P^\lambda) \left( |\tilde{h}_{1D}|^2 + |\tilde{h}_{2D}|^2 \right)}{M^2 P^2 |\tilde{h}_{1D}|^2 |\tilde{h}_{2D}|^2} \\ &\quad e^{-|\tilde{h}_{1D}|^2 - |\tilde{h}_{2D}|^2} d|\tilde{h}_{1D}|^2 d|\tilde{h}_{2D}|^2 \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{16e^{-x} (1 + \beta P^\lambda) E_1(x)}{M^2 P^2} \end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt = -\gamma_E - \ln x - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!}$  为指数积分,  $\gamma_E = 0.577\ 215\ 664\ 9\dots$  是欧拉·马歇罗尼常数。取  $x = \frac{1}{P}$ , 则当  $P \rightarrow +\infty$  时, 式(23)满足  $x \rightarrow 0$  的条件。PEP 上界为

$$\begin{aligned} P(s_p \rightarrow s_q) &< \frac{16(1 + \beta P^\lambda) E_1(P^{-1})}{M^2 P^2} \\ &= \frac{16\beta}{M^2} P^{-(2-\lambda-\frac{\ln P}{\ln P})} + o(P^{2-\lambda}) \end{aligned} \quad (24)$$

其中,  $o(x^n)$  表示阶数不超过  $n$  的关于  $x$  的多项式。

### 3.4 性能分析

分集增益描述了系统的差错性能随发射功率(或信噪比)的变化速率<sup>[16]</sup>, 定义为

$$d = -\frac{\lg P_{\text{err}}}{\lg P} \quad (25)$$

其中,  $P_{\text{err}}$  为系统的某种差错概率。根据式(24)知分集增益为

$$d = 2 - \lambda - \frac{\ln \ln P}{\ln P} \quad (26)$$

与在 MIMO 系统应用空时码不同, DASTC 的分集增益不是整数, 而是关于发射功率  $P$  和 RSI 功率特征参数  $\lambda$  的函数<sup>[17]</sup>。由 PEP 上界的推导过程可知, 分集增益中对数衰减项  $\frac{\ln \ln P}{\ln P}$  是由复合衰落与等效干扰和噪声的非平稳性导致的, 反映了非 i.i.d. 信道对系统性能造成的损失。而线性衰减项  $\lambda$  直接体现了 RSI 对信宿节点处信噪比的恶化。当发射功率较大时,  $\frac{\ln \ln P}{\ln P} \ll 1$  且变化缓慢, 可忽略不计, 分集增益主要由 RSI 决定。当  $\lambda = 0$  时, 获得最大分集增益  $d_{\text{max}} \approx 2$ , 性能接近 MIMO 系统。此时,

RSI 功率是与发射功率无关的常数, 与高斯白噪声具有相似的功率特性。当  $\lambda = 1$  时, RSI 功率随发射功率线性增长, 获得最小分集增益  $d_{\text{min}} \approx 1$ , 这表明信源节点参与协作, 不会导致分集增益的明显损失。

与 MIMO 系统或其他协作通信系统中的空时码类似, DASTC 能否取得式(26)中的分集增益取决于式(15)中定义的等效 CGD 矩阵  $\Phi$  是否满秩。在式(15)中, 由于  $h$  取自连续分布, 因此,  $h = 0$  的概率为 0, 即对所有的  $s_p \neq s_q$ ,  $\Phi$  满秩。DASTC 是一种满分集空时码。

如果将  $\Phi$  视为发射功率  $P$  的函数, 式(16)可改写为

$$\Phi \approx M\mathbf{Q} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & \beta^{-1} P^{1-\lambda} \end{bmatrix} \mathbf{Q}^\dagger \quad (27)$$

当  $P \rightarrow +\infty$  时,  $\beta^{-1} P^{1-\lambda}$  在  $\lambda = 1$  时趋于常数  $\beta^{-1}$ , 矩阵  $\Phi$  特征值之间的差异随着发射功率的升高而增大。在实际应用中, 接收机的计算精度有限(受限于模数转换器的动态范围)。如果信源节点的发射功率较高, 等效 CGD 矩阵  $\Phi$  在  $\lambda = 1$  时近似奇异, 系统无法取得式(26)中的分集增益, 导致差错性能降低。

式(24)表明系统的编码增益为

$$c = \frac{M^2}{16\beta} \quad (28)$$

在 MIMO 系统中, Alamouti 空时码的编码增益为  $c_{\text{MIMO}} = \frac{M^2}{16}$ <sup>[18]</sup>。可见,  $c_{\text{MIMO}}$  取决于编码结构和星座图的大小, 而在 FD 模式下 DASTC 的编码增益还与自干扰抑制制度  $\beta$  相关, 并随  $\beta$  的减小而增大。

## 4 仿真分析

采用蒙特卡罗法验证本文推导的差错概率与 RSI 的关系, 并比较 Alamouti 空时码在 FD 协作通信系统和 HD 协作通信系统中的性能差异。在仿真场景中, 每个信源节点发送  $10^6$  bit 信息, 每次传输的信道参数均独立实现且服从  $\mathcal{CN}(0,1)$  分布。FD 协作通信系统的调制方式为 QPSK, 信宿节点采用球形解码 (sphere decoding)。每个信源节点的发射功率  $P$  为 5~30 dB。其他仿真参数在各个场景中单独说明。

**仿真 1** 图 2 为不同  $\lambda$  取值下误比特率随信源发射功率  $P$  的变化。在对数坐标系中, 分集增益表现为误码率曲线的负斜率。由图 2 可知, 分集增益在  $\lambda = 0$  时取最大值。随着  $\lambda$  的增大, 误比特率升高, 分集增

益减小。上述现象印证了 3.4 节关于分集增益分析的结果。值得注意的是，当  $\lambda=1$  时，分集增益与  $\beta$  的取值相关。在图 2(a)中，当  $\lambda=1$  时，可明显观察到差错地板 (error floor) 现象，即误比特率不随发射功率的增加而下降，此时系统获得零分集。而在图 2(b)中，系统仍然能获得分集增益，根据式(26)，此时的分集增益约为 1。该现象可用 3.4 节关于分集增益的可达性分析解释：假设发射功率为 30 dB，当  $\beta=1$  时，由式(27)可知等效 CGD 矩阵的特征值分别为 1 000 和 1；而当  $\beta=0.01$  时，等效 CGD 矩阵的特征值分别为 1 000 和 100。显然， $\beta$  越大，等效 CGD 矩阵的奇异性越显著，系统能获得的分集增益越小。需要说明的是，减小  $\beta$  虽然能够改善分集增益的可达性，但无法完全消除差错地板。无论  $\beta$  取值多小，总存在充分大的发射功率  $P$  使等效 CGD 矩阵近似奇异，减小  $\beta$  的实际效果是使差错地板在图 2(b)中右移。

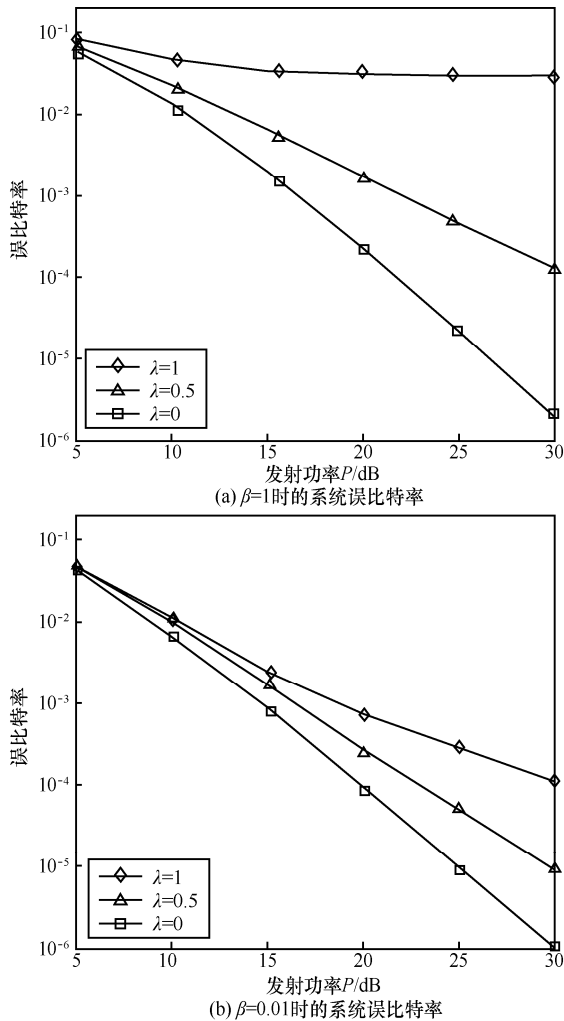


图 2  $\lambda$  对系统误比特率的影响

**仿真 2** 图 3 为  $\lambda=0.2$  时，系统误比特率与  $\beta$  之间的变化关系。仿真结果验证了理论推导的正确性：首先，在不同  $\beta$  下的误比特率曲线斜率差异较小，表明  $\beta$  的变化不影响分集增益；其次，系统误比特率随  $\beta$  的减小而降低。对比图 2 和图 3 可知，系统误比特率对  $\lambda$  的变化更敏感。因为随着  $\lambda$  的改善，信宿节点处的接收 SINR 呈指数上升，而  $\beta$  对于接收 SINR 的影响则是线性的。

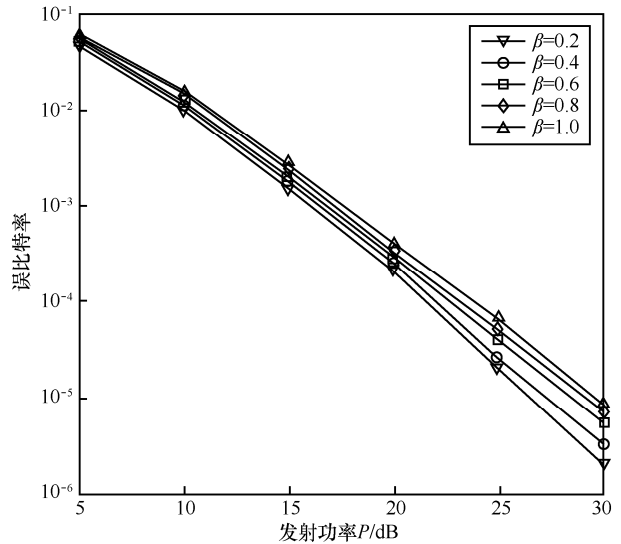


图 3 不同  $\beta$  下的系统误比特率

**仿真 3** 图 4 为全局能量约束相同场景下，RSI 参数为  $\lambda=0.2$ 、 $\beta=0.2$  的 FD 协作通信系统与采用 Alamouti 空时编码的  $2 \times 1$  MIMO 通信系统和 2 种 HD 协作通信系统<sup>[10]</sup>的差错性能对比曲线。2 种 HD 协作传输方案如图 5 所示，图 5 中所有参数的定义与第 2 节中的参数类似。仿真参数如下：系统总发射能量为  $E$ ，信源节点在所有传输阶段中的发射功率恒定； $2 \times 1$  MIMO 系统的发射功率为  $\frac{E}{2}$ ，FD 信源节点的发射功率为  $\frac{E}{2 \times 2} = \frac{E}{4}$ ，3 阶段 HD 协作方案中的信源节点发射功率为  $\frac{E}{3 \times 2} = \frac{E}{6}$ ，4 阶段 HD 协作方案中信源节点发射功率为  $\frac{E}{4 \times 2} = \frac{E}{8}$ ；为保证所有系统的频谱效率相同， $2 \times 1$  MIMO 通信系统和 FD 协作通信系统的调制方式为 QPSK，3 阶段和 4 阶段 HD 协作通信系统的调制方式分别为 8PSK 和 16QAM。

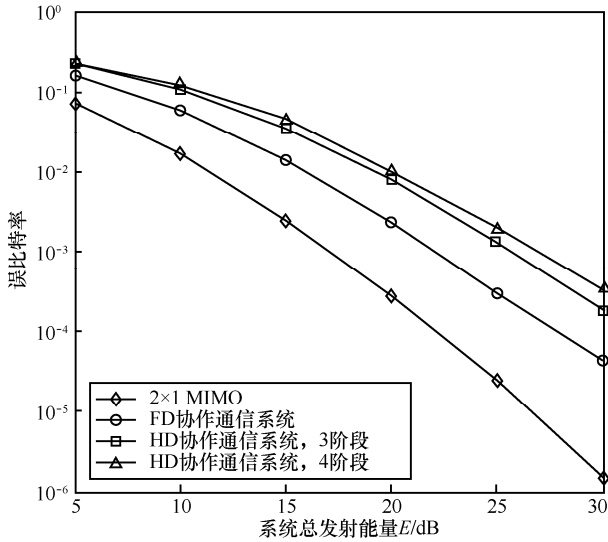


图 4 FD 协作通信系统与 HD 协作通信系统的误比特率对比

	阶段1	阶段2	阶段3
$U_1$	$S_1$	-	$-b^*y_1^*$
$U_2$	-	$S_2$	$b^*y_2^*$

(a) 3阶段HD协作传输方案

	阶段1	阶段2	阶段3	阶段4
$U_1$	$S_1$	-	$by_1(1)$	$-b^*y_1^*(2)$
$U_2$	-	$S_2$	$by_2(1)$	$b^*y_2^*(2)$

(b) 4阶段HD协作传输方案

图 5 3 阶段和 4 阶段 HD 协作传输方案

由图 4 可知，采用 Alamouti 空时码的 2×1 MIMO 通信系统不存在非 i.i.d.信道和非平稳等效干扰和噪声的影响，分集增益为 2，误比特率最低；

虽然 HD 协作通信系统的分集增益  $2 - \frac{\ln \ln P}{\ln P}$  较高，

但误比特率也高于 FD 协作通信系统，原因有 3 点：1) FD 协作通信系统的信源节点无需额外传输阶段交换信息，节省了发射能量，因此能够在全局能量约束相同条件下获得较高的接收 SINR；2) HD 协作通信系统需要采用更高阶调制才能取得与 FD 协作通信系统相同的传输速率，导致其误比特率升高；3) 当  $\beta = 0.2$  时，FD 协作通信系统的编码增益

$\frac{5M^2}{16}$  高于 HD 协作通信系统的编码增益  $\frac{M^2}{16}$  [18]。

综上所述，相比于 HD 协作通信系统，FD 协作通信系统在频谱效率和能量效率方面具有明显优势，而充分抑制自干扰能够进一步提升 FD 协作通信系统的差错性能。

## 5 结束语

本文分析了由 3 节点构成的全双工协作通信系统中 DASTC 的差错性能，导出了系统的分集增益和编码增益，论证了分集增益的可达条件。理论分析表明，FD 协作通信系统中 DASTC 的差错概率取决于 RSI 的功率特征，分集增益随着  $\lambda$  的减小而增大，并在  $\lambda = 0$  时取得满分集；当  $\lambda = 1$  时，充分小的  $\beta$  能够降低 CGD 矩阵的奇异性，避免差错地板现象；编码增益则随  $\beta$  的减小而增加。与 HD 协作通信系统的对比仿真结果表明，FD 协作通信系统虽然受到 RSI 的影响，但仍然在差错概率上具有明显优势。

## 参考文献：

- [1] LANEMAN J N, TSE D N C, WORNELL G W. Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004, 50(12): 3062-3080.
- [2] LANEMAN J N, WORNELL G W. Distributed space-time coded protocols for exploiting cooperative diversity in wireless networks[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(10): 2415-2425.
- [3] LANEMAN J N, WORNELL G W, TSE D N C. An efficient protocol for realizing cooperative diversity in wireless networks[C]//The IEEE International Symposium on Information Theory. 2001: 294.
- [4] JING Y, HASSIBI B. Distributed space-time coding in wireless relay networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2006, 5(12): 3524-3536.
- [5] 赵贤敬, 郑宝玉, 钱小聪, 等. 协作发射分集系统及其误码性能分析[J]. 通信学报, 2007, 27(1):40-48,56. ZHAO X J, ZHENG B Y, QING X C, et al. BER performance analysis of a cooperative transmit diversity system[J]. Journal on Communications, 2007, 27(1):40-48,56.
- [6] GONG F K, ZHANG J K, GE J H. Novel distributed quasi-orthogonal space-time block codes for two-way two antenna relay networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12(9): 4338-4349.
- [7] LIU Y, ZHANG W, LIEW S C. Bounded delay-tolerant space-time codes for distributed antenna systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014, 13(8): 4644-4655.
- [8] SABHARWAL A, SCHNITER P, GUO D. In-band full-duplex wireless: challenges and opportunities[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2014, 32(9): 1637-1652.
- [9] 王俊, 赵宏志, 马万治, 等. 同时同频全双工宽带射频自干扰抵消性能分析[J]. 通信学报, 2016, 37(9):121-130. WANG J, ZHAO H Z, MA W Z, et al. Performance analysis of broad band self-interference cancellation at RF domain in co-frequency co-time full duplex systems[J]. Journal on Communications, 2016,

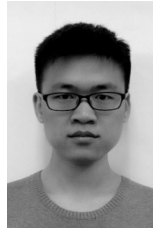
37(9): 121-130.

- [10] ZOU Y, YAO Y D, ZHENG B. Opportunistic distributed space-time coding for decode-and-forward cooperation systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(4): 1766-1781.
- [11] JIANG H, XING X, DU S. Distributed optimal cyclotomic space-time coding for full-duplex cooperative relay networks[C]//The 9th International Wireless Communications and Mobile Computing Conference. 2013: 1504-1508.
- [12] LIU Y, XIA X G, ZHANG H. Distributed linear convolutional space-time coding for two-relay full-duplex asynchronous cooperative networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12(12): 6406-6417.
- [13] RODRÍGUEZ L J, TRAN N H, LE-NGOC T. Performance of full-duplex AF relaying in the presence of residual self-interference[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2014, 32(9): 1752-1764.
- [14] DUARTE M, DICK C, SABHARWAL A. Experiment-driven characterization of full-duplex wireless systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(12): 4296-4307.
- [15] LIU Y, XIA X G, ZHANG H. Distributed space-time coding for full-duplex asynchronous cooperative communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(7): 2680-2688.
- [16] ZHENG L, TSE D N C. Diversity and multiplexing: a fundamental tradeoff in multiple-antenna channels[J]. IEEE Transactions on Information theory, 2003, 49(5): 1073-1096.
- [17] DING Y, ZHANG J K, WONG K M. The amplify-and-forward half-duplex cooperative system: pairwise error probability and precoder design[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2): 605-617.
- [18] PAULRAJ A, NABAR R, GORE D. Introduction to space-time wireless communications[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

#### 作者简介:



冯文江 (1963-), 男, 四川西充人, 博士, 重庆大学教授、博士生导师, 主要研究方向为宽带无线接入技术、认知无线电、通信信号处理等。



刘国岭 (1989-), 男, 辽宁北票人, 重庆大学博士生, 主要研究方向为协作通信、全双工通信等。



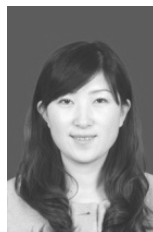
钟昕辉 (1993-), 男, 湖北武汉人, 重庆大学硕士生, 主要研究方向为认知无线电。



姚楚楠 (1994-), 男, 湖南娄底人, 重庆大学硕士生, 主要研究方向为认知无线电。



张博为 (1988-), 男, 重庆人, 重庆大学博士生, 主要研究方向为预编码理论、MIMO 系统干扰管理等。



代才莉 (1982-), 女, 吉林延边人, 重庆大学博士生, 重庆电子工程职业学院副教授, 主要研究方向为信号与信息处理、5G 关键技术等。